

沈阳工业大学 2025 年硕士研究生招生考试题签

(重要提示: 答题时须写清题号, 并按照题号顺序在答题纸上作答;
所有答案必须写在答题纸上, 写在题签或草稿纸上一律无效!)

科目名称: 数学分析

科目代码: 611

第 1 页共 2 页

一、(每小题 5 分, 共 30 分) 计算下列各题

1、求极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln \cos(x-1)}{1 - \sin \frac{\pi x}{2}}$.

2、已知 $\begin{cases} x = e^t \sin t \\ y = e^t \cos t \end{cases}$, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

3、设 $z = f(xy^2, x^2 y)$, 其中函数 f 具有二阶连续的偏导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

4、计算 $\int_L xy ds$, 其中 L 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 在第一象限中的部分.

5、求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + (-2)^n}{n} (x+1)^n$ 的收敛区域.

6、求方程组 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = a^2 \\ x^2 + y^2 = ax \end{cases}$ 所确定的隐函数组的导数 $\frac{dy}{dx}$ 和 $\frac{dz}{dx}$.

二、(10 分) 证明: 对 $x > 0$, 有 $0 < \frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{x} < 1$.

三、(15 分) 设函数 f 在 $[a, +\infty)$ 上连续, 且 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 存在. 证明 f 在 $[a, +\infty)$ 上一致连续.

四、(15 分) 设函数 f 在点 a 的某个邻域上具有二阶导数. 证明: 对充分小的 h , 存在 θ , $0 < \theta < 1$, 使得

$$\frac{f(a+h) + f(a-h) - 2f(a)}{h^2} = \frac{f''(a+\theta h) + f''(a-\theta h)}{2}.$$

五、(10 分) 判别函数项级数 $\sum \frac{(-1)^{n-1}}{x^2 + n}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上的一致收敛性.

六、(15 分) 试求 a 和 b , 使积分 $\int_1^3 (a + bx - x^2)^2 dx$ 取最小值.

七、(10 分) 计算 $\iint_D (x+y) \sin(x-y) dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) | 0 \leq x+y \leq \pi, 0 \leq x-y \leq \pi\}$.

考生姓名:

考生编号:

(由考生本人填写)

沈阳工业大学 2025 年硕士研究生招生考试题签

(重要提示: 答题时须写清题号, 并按照题号顺序在答题纸上作答;
所有答案必须写在答题纸上, 写在题签或草稿纸上无效!)

科目名称: 数学分析

科目代码: 611

第 2 页共 2 页

八、(15 分) 计算 $\int_L e^x(1 - \cos y)dx - e^x(y - \sin y)dy$, 这里 L 是曲线 $y = \sin x$ 从 $(0,0)$ 到 $(\pi,0)$ 的一段.

九、(15 分) 计算曲面积分 $I = \iint_S \frac{axdydz + (z+a)^2 dxdy}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$, $a > 0$ 是常数, 其中 $S: z = -\sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$, 取上侧.

十、(15 分) 讨论 $\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha} \sin \frac{1}{x} dx$ 的敛散性.